La Razón Áurea

Centro de Ediciones. Diputación de Málaga

En la historia.

Razón áurea: Origen.

Aparece en obras de arte del antiguo Egipto. Sus propiedades geométricas están contenidas en los elementos de Euclides.

Una línea ACB está dividida según la proporción áurea cuando la relación de la parte mayor con la parte menor sea igual a la relación de toda la línea con la parte mayor.

A C B

a b

c

La expresión matemática es: $\frac{a}{b}=\frac{c}{a}$

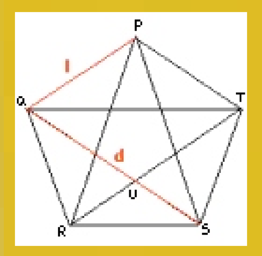
Entonces: $\frac{a}{b}=\frac{a+b}{a}=1+\frac{b}{a}$

Si hacemos a = x y b = 1 $x=1+\frac{1}{x}$ obtenemos: (1)

Tomamos la raíz $\frac{1+\sqrt{5}}{2}=1.618033...$ positiva:

Este número se representa por la letra griega ϕ en honor al escultor griego Fidias.

En el libro XIII, Euclides estudia los pentágonos regulares inscritos en el círculo y demuestra que la relación entre la diagonal de un pentágono regular y su lado es igual a la razón aúrea.

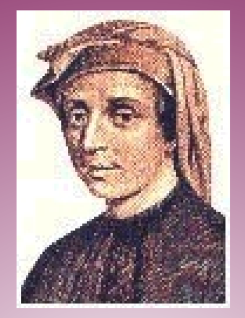


$$\frac{QU}{US}=\frac{QT}{RS}=\Phi=\frac{QS}{QU}$$

De aquí se obtiene de nuevo la razón áurea.

Dos personajes importantes en el estudio de la razón áurea fueron Leonardo de Pisa (Fibonacci) y Fra Luca Pacioli.

Fra Luca Pacioli (1445-1517), nace en Borgo San Sepolcro. Fue representante de la orden minoritana. Fue el autor de *"De divine proportione"*, primer tratado dedicado a la razón áurea publicado en Venecia en 1509, donde estudia las propiedades geométricas, estéticas incluso místicas de la razón áurea. Este tratado fue ilustrado con dibujos de modelos de números hechos por Leonardo da Vinci.

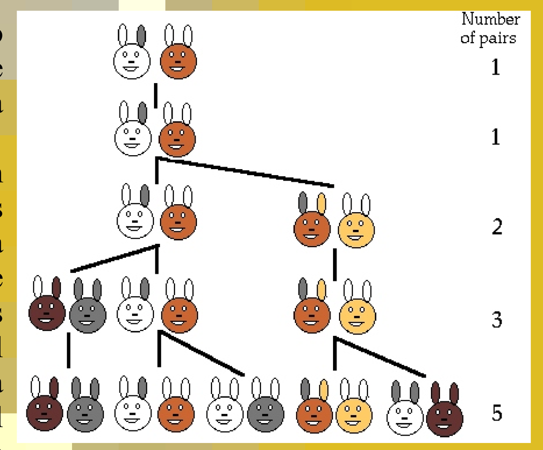


Fibonacci (1175-1240), matemático italiano que recapituló y divulgó el conocimiento matemático, realizando aportaciones al álgebra y a la teoría de números. Sus obras más importantes son: *"Liber abbaci", "Practica geometricae"* y *"Liber quadratorium"*. En relación a la **razón áurea**, el trabajo más importante de Fibonacci es la sucesión de recurrencia que lleva su nombre.

"Conformaban todas sus obras, máxime los templos sagrados, de acuerdo con la proporción de dicho cuerpo, pues en aquel encontraban las dos figuras principales sin las cuales no es posible hacer nada, es decir, la circular, la más perfecta........La otra es la figura cuadrada equilátera".

En las matemáticas

Sucesión de Fibonacci-Proporción áurea



En 1202 Fibonacci se encontró con su célebre sucesión de enteros U_n en relación con la cría de conejos.

Supuso que los conejos vivían para siempre y que cada mes una pareja procrea una nueva pareja que se vuelve productiva a la edad de dos meses. En el primer mes el experimento comienza con una pareja de recién nacidos, en el segundo mes todavía hay una sola pareja, en el tercer mes dos parejas, en el cuarto mes tres parejas, en el quinto cinco, y así sucesivamente.

Sea **n** el mes, U_n el número de parejas de conejos en el n-ésimo mes. Entonces:

La sucesión de Fibonacci es: 0, 1, 1, 2, 3, 5, 8, ...

$U_1= 0$, $U_2= 1$, $U_n= U_{n-1}+ U_{n-2}$ para todo n>2. (2)

La propiedad más importante de esta sucesión es que el cociente de dos números consecutivos de la serie se aproxima a la razón áurea.

Esto es:

Sea **n** el mes, U_n el número de parejas de conejos en el n-ésimo mes. Entonces:

n:	0	1	2	3	4	5	6	7	8	...
U_n:	0	1	1	2	3	5	8	13	21	...
U_{n+1}/ U_n:	∞	1	2	1.5	1.6	1.6	1.625	1.6154	1.6190	...

La sucesión de Fibonacci es: 0, 1, 1, 2, 3, 5, 8, ...

$U_1= 0$, $U_2= 1$, $U_n= U_{n-1}+ U_{n-2}$ para todo n>2. (2)

La propiedad más importante de esta sucesión es que el cociente de dos números consecutivos de la serie se aproxima a la razón áurea.

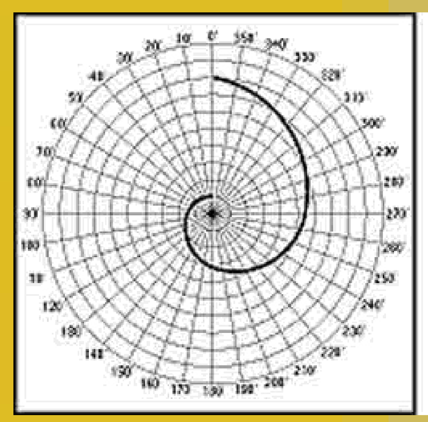
Esto es:

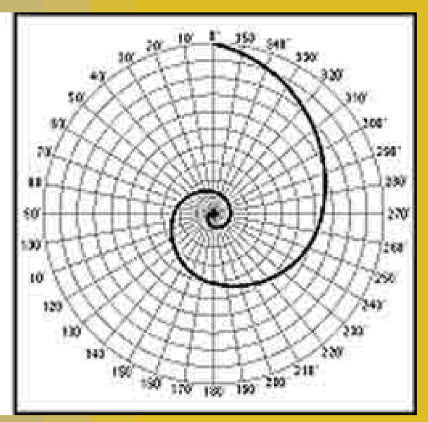
$$U_{n+1}/ U_n \xrightarrow[n\to\infty]{} \frac{1+\sqrt{5}}{2}=\Phi$$

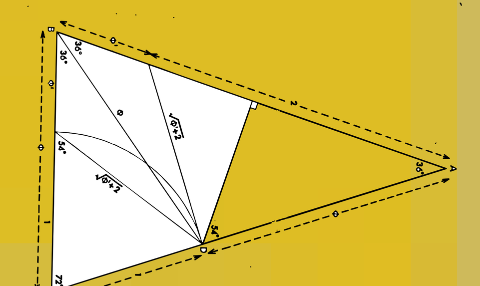
pues de (2) $U_n/ U_{n-1}= 1+ U_{n-2}/ U_{n-1}$ y para $n\to\infty$ se obtiene que $x=1+\frac{1}{x}$ que es la ecuación (1) que define ϕ.

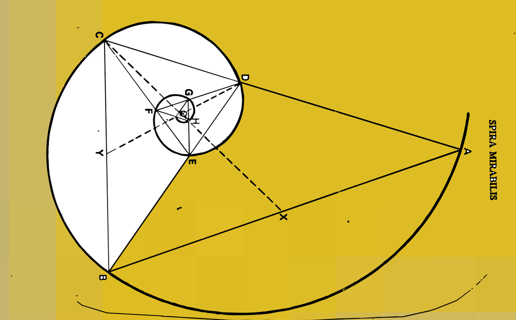
Nombres de la espiral

- Espiral equiangular- Descartes (1638)
- Espiral geométrica- espiral proporcional- Halley
- Espiral logarítmica-espiral mirabilis- Bernoulli (1654-1705) quedó tan fascinado por esta maravillosa curva matemática que pidió que le fuera grabada en su tumba.









En la arquitectura

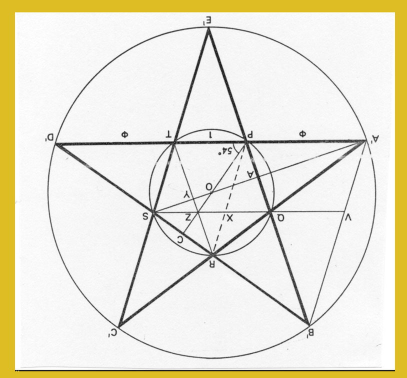
El carácter inconmensurable de la divina proporción fue la causa de su restringida aplicación real a la arquitectura y en la pintura del Renacimiento.

"El carácter irracional de la sección áurea es difícil de conciliar con una anotación fidedigna y conmensurable de las dimensiones".

La fachada del Partenón de Atenas (S.V a.C.) se inscribe en el rectángulo de oro. Hay innumerables análisis de las proporciones del Partenón en las que se pretenden demostrar que en la construcción de este se usaron diferentes sistemas de proporción que se corresponden con la razón áurea.

Tanto en la arquitectura como en el arte, las personas se han preguntado desde siempre cuales son las proporciones que hacen que una obra sea más armónica a la vista. Tomando el rectángulo como una de las figuras que se encuentran con mayor frecuencia en construcciones (fachadas, puertas, ventanas, etc...) observaron que el rectángulo áureo era el más proporcionado.

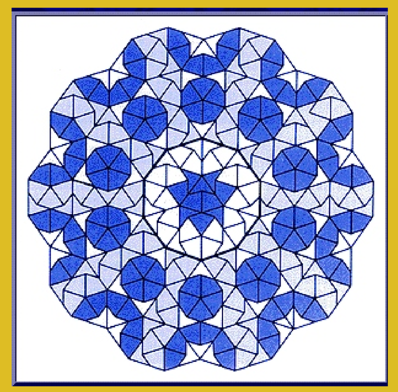
Toda la figura del rosetón nos conduce a un pentágono que guarda relación con la proporción áurea.



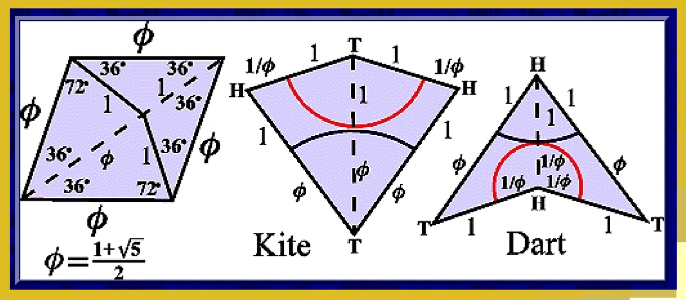
La estrella del pentágono era el símbolo de sociedad pitagórica.

ESTA PROPORCIÓN ES EL CANON ESTÉTICO DE MUCHAS OBRAS DE ARQUITECTURA Y ESCULTURA.

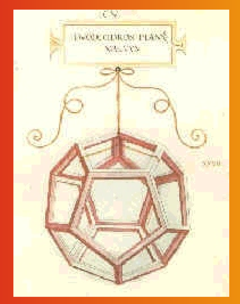
CARTWHEEL PATTERN



PENROSE TILLING



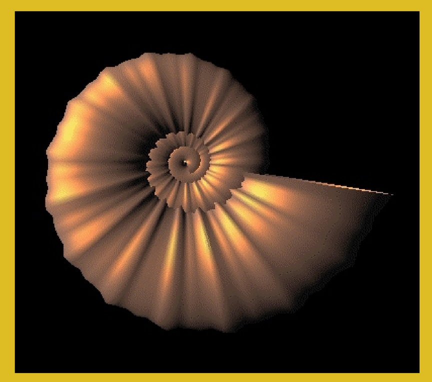
"Del suo secondo essentiale effecto...Del terço suo singulare effecto...Del quarto suo ineffabile effecto...Del .10.suo supremo effecto...Del suo .11. excellentissimo effecto...Del suo .12. quasi incomprehensibile effecto..."



Luca Pacioli (hacia 1445-1509)

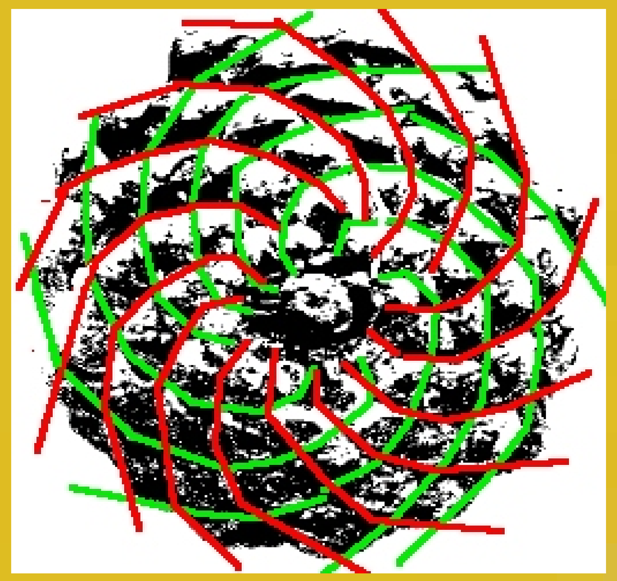
En la naturaleza

La proporción áurea aparece también en las plantas (filotaxia), en muchas conchas marinas (como es el Nautilus), en animales y seres humanos, como ha sido estudiado por LE CORBUSIER en el Modulor.

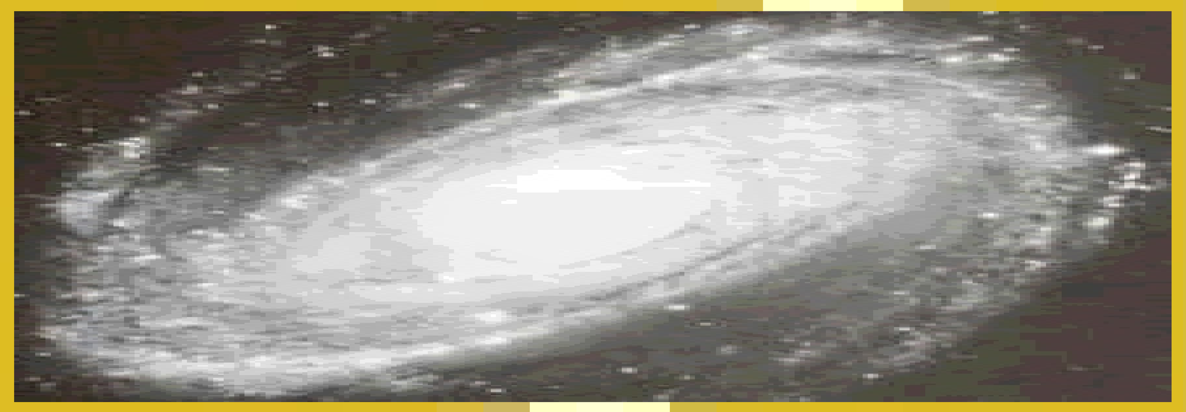


El enroscamiento regular de una amonita tiene lugar siguiendo una espiral logarítmica.

Numerosos vegetales (girasoles, piñas,.......) tienen sus hojas y pétalos formando la espiral logarítmica.

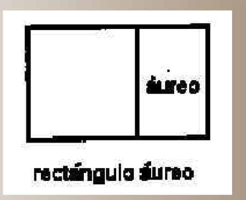


Estas figuras están provocadas por la dinámica del crecimiento de la planta.



El rectángulo áureo

Un rectángulo se dice que es áureo, si la relación entre sus lados estan en proporción áurea, teniendo éstos la propiedad de que al descomponerlo en un cuadrado de lado el menor y un rectángulo, este último sigue siendo áureo:



Este tipo de rectángulos lo encontramos en múltiples partes del Partenón, la catedral de Notre-Dame de Paris, el edificio de la O.N.U en New York, etc...

Curiosamente los formatos adoptados por la mayoría de las tarjetas actuales (NIF, DNI, tarjetas de crédito, calendarios, etc...) son áureos, de forma que, si quereis saber si un determinado rectángulo lo es también, tan sólo teneis que poner una de estas tarjetas delante de vuestros ojos y si conseguis ajustarla a él, este también será áureo. Os encontrareis con la sorpresa de que el marco de muchos cuadros, espejos, puertas de edificios, etc...guardan esta proporción.

"Creo que de esta proporción geométrica se sirvió el Creador como la idea por medio de la que introdujo la generación contínua de objetos semejantes a partir de objetos semejantes."

Kepler (1571-1630)

Trabajo realizado por:
Inmaculada García Rodríguez; Marta Gutiérrez Jurado; Salvadora Guzmán Gutiérrez; María Martín Vega; Esther Muñoz Moreno
Coordinado y supervisado por: **D. Carlos Criado Cambón**